

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضی	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و تجربی	پایه ی دهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۴ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

ریاضی

۱ ۵۰ درصد دانش‌آموزان یک مدرسه علاقه‌مند درس فیزیک و ۴۰ درصد علاقه‌مند درس شیمی هستند. اگر ۲۰ درصد دانش‌آموزان به هیچ‌کدام از این دروس علاقه نداشته باشند، چند درصد تنها به یک درس از این دو درس علاقه دارند؟

تالیفی سید حسین نیری پور
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۲ تجزیه کنید.

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$10x^2 - x - 2 =$$

الف

$$x^f + fy^f =$$

ب

$$x^5 + x + 1 =$$

پ

$$1 + \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\text{حاصل } \frac{a^{11} + a^{10} + a^9 + \dots + a + 1}{a^9 + a^6 + a^3 + 1} \text{ به ازای } a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ چقدر است؟}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

در کلاسی ۳۷ دانش آموز وجود دارد. از این تعداد، ۵ نفر نه به موسیقی و نه به ورزش علاقه دارند، ۲۲ نفر دوستدار موسیقی و ۱۷ نفر دوستدار ورزش هستند. حال فرض کنید ۷ نفر از دوستداران موسیقی، علاقه‌ی خود را به این زمینه از دست بدهند. اگر مشخص باشد که ۳ نفر از این ۷ نفر، جزو افراد مشترک بوده‌اند و تعداد کل دوستداران ورزش تغییری نمی‌کند، در وضعیت جدید چند نفر حداقل به یک زمینه علاقه دارند؟

تالیفی سید حسین نبیری پور
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۶ اگر $x - \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^3 - \frac{1}{x^3}$ را به دست آورید.

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

۷ مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی ۲۶۵ است. این دو عدد را بیابید.

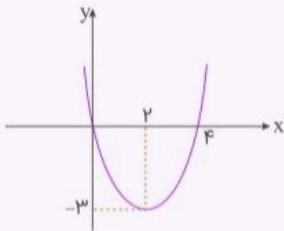
مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

۸ گویا کنید.

$$\frac{\sqrt{125}}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

۹ معادله سهمی زیر را بنویسید.



مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

در یک دنباله حسابی، $a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = 25$ و $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + a_{14} = 27/5$ است. جمله اول این دنباله را بیابید.

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

نامعادله زیر را حل کنید.

$$||x| - 13| < 5$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

حدود m را چنان تعیین کنید که عبارت $(m+1)x - (m-2)x^2 + 4x$ به ازای تمام مقادیر x مثبت باشد.

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضی	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و تجربی	پایه ی دهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۵ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
نمره			

ریاضی

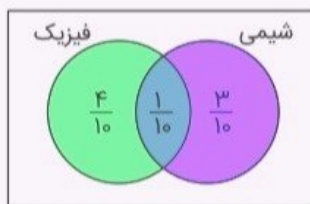
۱

$$n(A \cup B) = \%100 - \%20 = \%80$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\%80 = \%50 + \%40 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = \%10$$



افرادی که فقط به یک درس علاقه دارند $\frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ یا ۷۰ درصد است.

تالیفی سید حسین نبیری پور
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

۲

الف

$$\frac{10}{10} \times (10x^2 - x - 2) = \frac{(10x)^2 - 10x - 20}{10} = \frac{(10x - 5)(10x + 4)}{10} = \frac{5(2x - 1)2(5x + 2)}{10} = (2x - 1)(5x + 2)$$

$$(x^2 + 2y^2)^2 - 2(x^2)(2y^2) \xrightarrow{\text{مزدوج}} [x^2 + 2y^2 - 2xy] [x^2 + 2y^2 + 2xy]$$

ب

$$\underline{x^5} + \underline{x^4} - \underline{x^4} + \underline{x^3} - \underline{x^3} + x^2 - \underline{x^2} + x + 1 = (x^5 + x^4 + x^3) - (x^4 + x^3 + x^2) + (x^2 + x + 1) \\ = x^3(x^2 + x + 1) - x^2(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1) [x^3 - x^2 + 1]$$

پ

$$\begin{aligned}
 1 + \cos^F x - \sin^F x &= 2 \cos^V x \\
 \Rightarrow 1 + (\underbrace{\cos^V x + \sin^V x}_1)(\cos^V x - \sin^V x) &= 1 + \cos^V x - \sin^V x \\
 &= \cos^V x + \underbrace{1 - \sin^V x}_{\cos^V x} = 2 \cos^V x
 \end{aligned}$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\begin{aligned}
 &\frac{(a^{11} + a^8 + a^5 + a^2) + (a^{10} + a^7 + a^4 + a) + (a^9 + a^6 + a^3 + 1)}{a^9 + a^6 + a^3 + 1} \\
 &= \frac{a^2(a^9 + a^6 + a^3 + 1) + a(a^9 + a^6 + a^3 + 1) + (a^9 + a^6 + a^3 + 1)}{a^9 + a^6 + a^3 + 1} \\
 &= \frac{\cancel{(a^9 + a^6 + a^3 + 1)} [a^2 + a + 1]}{\cancel{a^9 + a^6 + a^3 + 1}} = a^2 + a + 1 \\
 &\xrightarrow{a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ فرض}} \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right)^2 + \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right) + 1 = \frac{1 + 5 - 2\sqrt{5}}{4} + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + 1 \\
 &= \frac{6 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5} + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2
 \end{aligned}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

A : علاقه‌مند به موسیقی

B : علاقه‌مند به ورزش

مرحله اول:

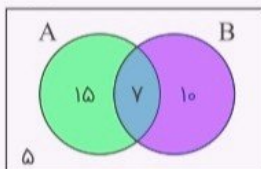
$$n(S) = 37$$

$$n(A \cup B) = 37 - 5 = 32$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

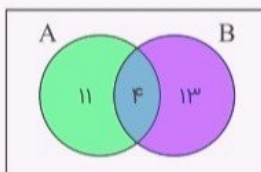
$$32 = 22 + 17 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 7$$

$$n(S) = 37$$



مرحله دوم:

حال در صورتی که ۷ نفر از علاقه‌مندان موسیقی کم شود که ۳ نفر از مشترک‌ها باشند، پس اشتراک از ۷، به ۴ نفر تغییر می‌کند و ۴ نفر دیگر از ۱۵ نفر که فقط به موسیقی علاقه دارند انتخاب می‌شوند. بنابراین افرادی که فقط علاقه‌مند به موسیقی هستند، ۱۱ نفر می‌شود. ولی تعداد افراد ورزشی نباید تغییر کند، چون در مرحله اول، ۱۷ نفر دوستدار ورزش هستند در این مرحله هم باید ۱۷ نفر باشند. پس تعداد افراد ورزشی به جز افراد مشترک با موسیقی، ۱۳ نفر خواهد بود.



در نهایت $11 + 4 + 13 = 28$ نفر حداقل به یک زمینه علاقه دارند.

تالیفی سید حسین نیری پور
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 &= (3)^3 \Rightarrow x^3 - 3x^2\left(\frac{1}{x}\right) + 3x\left(\frac{1}{x^2}\right) - \frac{1}{x^3} = 27 \\ \Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x + \frac{3}{x} &= 27 \Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 27 \\ \Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} - 9 &= 27 \Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} = 36 \end{aligned}$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$n^2 + (n+1)^2 = 265 \Rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 = 265 \Rightarrow 2n^2 + 2n - 264 = 0$$

$$\xrightarrow{\div} n^2 + n - 132 = 0 \Rightarrow (n+12)(n-11) \Rightarrow \begin{cases} n = -12 \text{ غ.ق.} \\ n = +11 \Rightarrow 11, 12 \end{cases}$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6}} = \frac{5\sqrt{5}(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6})}{(3+2)} = \sqrt{5}(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{2^2} - \sqrt[3]{6})$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$(0, 0) \Rightarrow c = 0$$

$$(4, 0) \Rightarrow 16a + 4b = 0$$

$$(2, -3) \Rightarrow 4a + 2b = -3$$

$$\begin{cases} 16a + 4b = 0 \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{3}{4}, b = -3$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{4}x^2 - 3x$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\begin{cases} a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + a_{14} = 27/5 \\ a_1 + a_4 + a_7 + a_{10} + a_{13} = 25 \end{cases}$$

این دو را از هم کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow 5d = 2/5 \Rightarrow d = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 + 3d + a_1 + 6d + a_1 + 9d + a_1 + 12d = 25$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 30d = 25 \Rightarrow 5a_1 + 15 = 25 \Rightarrow a_1 = 2$$

تألیفی محمدرضا محمدحاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$-5 < |x| - 13 < 5 \xrightarrow{+13} 8 < |x| < 18 \Rightarrow (8 < |x|) \cap (|x| < 18)$$

$$\Rightarrow (x > 8 \text{ یا } x < -8) \cap (-18 < x < 18)$$

$$\Rightarrow x \in (-18, -8) \cup (8, 18)$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow 2 - m > 0 \Rightarrow m < 2 \\ \Delta < 0 \Rightarrow 16 - 4(2 - m)(-m - 1) < 0 \Rightarrow -4m^2 + 4m + 24 < 0 \Rightarrow -(m - 3)(m + 2) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|ccccccc} & & -2 & & 3 & & \\ \hline -4m^2 + 4m + 24 & - & \circ & + & \circ & - & \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-\infty, -2) \cup (3, +\infty) \\ (-\infty, 2) \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} (-\infty, -2)$$

مدارس علوم تجربی مرکز آزمون مدارس برتر
مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

